

7. X y $h: X \rightarrow X$ una función

$$h^n = \overbrace{h \circ h \circ \dots \circ h}^{n\text{-veces}}, \text{ sea } h^0 = \text{Id}_X$$

Sea A el conjunto de todas las composiciones de h , incluidos Id_X y h .

Sea $g: A \times \mathbb{N} \rightarrow A$, tal que $g(m, n) = m \circ h$ y $\text{Id}_X \in A$

Existe una única función $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ tal que

$$\begin{cases} f(0) = \text{Id}_X \\ f(n+1) = g(f(n), n) = f(n) \circ h \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$f(0) = \text{Id}_X, f(1) = \text{Id}_X \circ h = h, f(2) = h \circ h = h^2, f(3) = h^2 \circ h = h^3, \dots$$

entonces:

$$f(n) = h^n. \text{ Entonces } h^{n+1} = h^n \circ h.$$